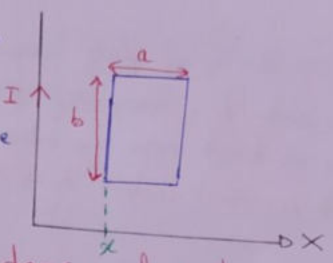
Exercice I :

Exercice I :

A • Un cadre plan comportant N spires
. chacune de surface S est
placé devant un fil rectiligne
traversé par $I = I_0 \cdot \sin \omega t$



1) calcule le courant induit dans le cadre

On a $\phi = \iint B . ds$

On a $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x} = \dfrac{\mu_0}{2\pi x} I_0 \sin \omega t$

• Donc le flux traversant le cadre est

$$\phi = \int_x^{x+a}\int_0^b B \, dx\, dy = \int_x^{x+a} \frac{\mu_0 I b}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dx}{x}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \cdot \Big[\ln x \Big]_x^{x+a} \Leftrightarrow \phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right)$$

pour N spires :

$$\phi = N \cdot \frac{\mu_0 . I . b}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) \quad \text{avec } I = I_0 \cdot \sin \omega t$$

• la f.e.m induite dans le cadre est :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left[N \frac{\mu_0 I_0 b}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) \sin(\omega t)\right]$$

$$e = -N . \frac{\mu_0 . I_0 . b . \omega}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) . \cos \omega t$$

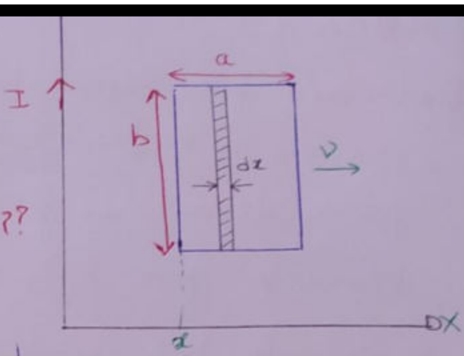
alors $i_1 = \dfrac{e}{R}$

Donc $$\boxed{i_1 = -N \frac{\mu_0 I_0 b . \omega}{2\pi R} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) . \cos \omega t}$$

(3)

- le m̂ cadre est placé devant un courant I, mais se déplaçant vers la droite avec une vitesse v

2) le courant induit dans le cadre ??



on a $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}$; $ds = b.dx$

<u>Remarque</u> : $ds = dx.dy$, mais comme l'induction B varie seulement x, on pose $dS = b.dx$

- Le flux traversant le cadre est :

$$\phi = N \iint B.ds = N \int \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b.dx = N.\frac{\mu_0 I b}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dx}{x}$$

$$\phi = N.\frac{\mu_0 I.b}{2\pi}.\ln\left(\frac{x+a}{x}\right)$$

- la f.e.m est donné par

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{dx}.\underbrace{\frac{dx}{dt}}_{v} = -v.\frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{d\phi}{dx} = N.\frac{\mu_0 I b}{2\pi}\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x}\right) = -N.\frac{\mu_0 I b a}{2\pi x(x+a)}$$

$$\left[\; e = -v\frac{d\phi}{dx} = N_0.\frac{\mu_0 I.b.a\,v}{2\pi x(x+a)} \;\right]$$

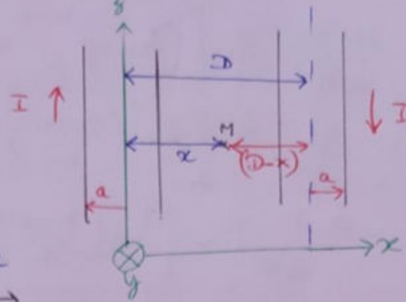
Donc $i_2 = \dfrac{e}{R}$

$$i_2 = N.\frac{\mu_0 I.b.a.v}{2\pi x(x+a).R}$$

Exercice II :

exercice 2 (II)

1) $\vec{B}(M)$ entre les 2 cylindres ?



- Au point M on a un champ créé par le 1er cylindre et un champ créé par le 2ème cylindre

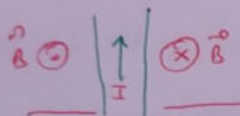
Donc $\vec{B}(M) = \vec{B_1}(M) + \vec{B_2}(M)$

Où $\vec{B_1}(M) \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \cdot \vec{e_y}$

"On sait que le fil infini crée un champ circulaire".

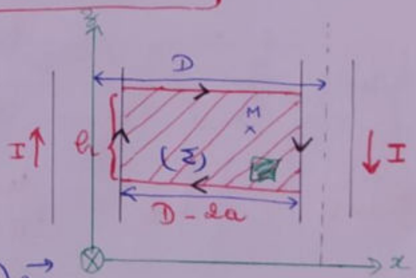
De même $\vec{B_2}(M) = \frac{\mu_0(-I)}{2\pi(D-x)} (-\vec{e_y})$

Rappel



Alors $\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x}\right)\vec{e_y}}$

2) Calcule le flux Φ



On appelle la surface (Σ)

On sait que $\Phi = \iint_{(\Sigma)} \vec{B} \cdot d\vec{S}$

On a $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x}\right)\vec{e_y}$

$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n} = dx \cdot dy \cdot \vec{e_y}$ (règle de Tir Bouchon)

$$\Phi = \int_a^{D-a}\int_0^h \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{D-x}\right) \cdot dx \cdot dz$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\int_a^{D-a} \frac{1}{x}\,dx + \int_a^{D-a} \frac{1}{D-x}\,dx\right) \cdot h$$

$(D-a)$ car l'axe (Oz) est confondue avec l'axe du 1er cylindre

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot h \left[\left[\ln(x) \right]_a^{D-a} + \left[-\ln(D-x) \right]_a^{D-a} \right]$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I h}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{D-a}{a}\right) - \left(\ln(a) - \ln(D-a) \right) \right]$$

$$= \frac{\mu_0 I \cdot h}{2\pi} \cdot \left[\ln\left(\frac{D-a}{a}\right) + \ln\left(\frac{D-a}{a}\right) \right]$$

$$\boxed{\Phi = \frac{\mu_0 I \cdot h}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-a}{a}\right)}$$

3) En deduit l'inductance propre par unité de longueur L_u

On a inductance propre $L = \frac{\Phi}{I}$

On suppose que la ligne bifilaire est un seul circuit

Φ : flux propre qui traverse cette ligne bifilaire

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\frac{\mu_0 \cancel{I} \cdot h}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-a}{a}\right)}{\cancel{I}}$$

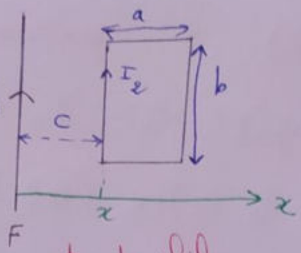
$$L_u = \frac{L}{h} = \frac{\frac{\mu_0 \cdot \cancel{h}}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-a}{a}\right)}{\cancel{h}}$$

Donc $\boxed{L_u = \frac{\mu_0}{\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-a}{a}\right) \quad [H/m]}$

Exercice III :

Exercice III :

- un fil infini (F) ; I_1 traversant le fil
- un cadre ABCD ; I_2 traversant le cadre
- la distance entre le fil et le cadre $\equiv C$



1) calcule l'inductance mutuelle du cadre et du fil en respectant les orientations indiquées sur le schéma :

On a le flux du champ magnétique, crée par le cadre à travers la surface S s'appuyant sur le fil

$$\Phi_{21} = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} =$$

$$B = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi x} \qquad dS = dx \cdot dy$$

$$\Phi_{21} = \int_0^b \int_x^{x+a} \frac{\mu_0 i_1}{2\pi x} \, dy \, dx = \frac{\mu_0 i_1 b}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dx}{x}$$

$$\Phi_{21} = \frac{\mu_0 i_1 b}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right)$$

Soit $x = c \Rightarrow \boxed{\Phi_{21} = \frac{\mu_0 i_1 b}{2\pi} \ln\left(\frac{a+c}{c}\right)}$

Donc $M = \frac{\Phi_{21}}{i_1}$

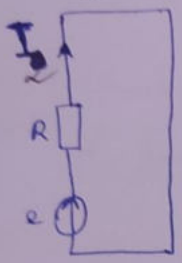
$$\Rightarrow \boxed{M = \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\left(\frac{a+c}{c}\right)}$$

2) l'expression du courant induit dans le cadre : I_2

Soit $I = I_0 e^{-t/\tau}$: le courant parcouru par le fil

le cadre (ABCD) est equivalent à un circuit

de f.e.m (e) et de Resistance R :



$I_2 = \frac{e}{R}$ et on a $e = -\frac{d\phi}{dt}$

on a $M = M_{21} = M_{12} = \frac{\phi_{21}}{I}$ avec I : le courant parcouru par le fil

$\Rightarrow \phi = M \cdot I = M \cdot I_0 \cdot e^{-t/\tau}$

Donc $\frac{d\phi}{dt} = -\frac{M I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$

Alors $e = -\frac{d\phi}{dt} = \frac{M \cdot I_0}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$

et on a $I_2 = \frac{e}{R}$

alors $I_2 = \frac{M \cdot I_0}{\tau \cdot R} e^{-t/\tau}$

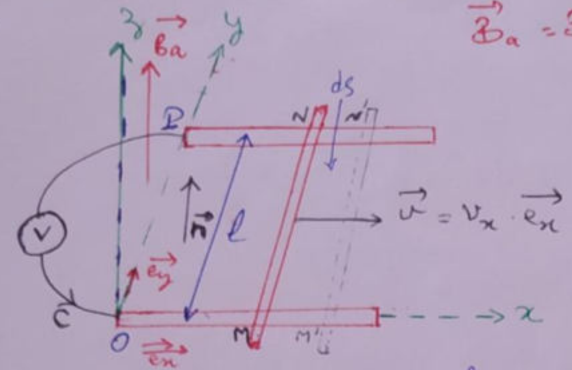
$I_2 > 0$: Donc le sens réel de courant induit correspond au sens arbitraire.

Exercice IV :

Exe 3 IV

$\vec{B}_a = B_a \cos(\omega t)\,\vec{e_z}$

$R(O,x,y,z)$



- Barre conductrice MN se déplace sur les rails sans frottement.
- l : distance entre les 2 rails

1) calcule la f.e.m dans le circuit (OMNPO)

$$e(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt} \quad \text{et} \quad \phi(t) = \iint_S \vec{B}\cdot\vec{n}\cdot dS$$

on a le circuit mobile, Donc

$$e(t) = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot\vec{n}\cdot dS + \oint_C (\vec{v}\wedge\vec{B})\, d\vec{l}$$

(S) : est une surface quelconque qui s'appuie sur le contour.

$$\phi(t) = \iint_S \vec{B}\cdot\vec{n}\, dS \qquad \text{avec} \begin{cases} dS = dx \cdot dy \\ dS = l . dx \end{cases}$$

$$= \iint_S B_a \cos(\omega t)\, \underbrace{\vec{e_z}\cdot\vec{e_z}}_{1} . l . dx$$

$$\boxed{\phi(t) = B_a \cdot l \cdot \cos(\omega t) \cdot MM'}$$

$$\cancel{e(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(B_a\, l\, MM' \cos(\omega t)\right)}$$

d'autre part $v = \frac{dx}{dt} = \frac{MM'}{t} \Rightarrow MM' = v . t$

$$\phi(t) = B_a \cdot \cos(\omega t) . l . v . t$$

$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -\left(-\omega . l . v . t . B_a \sin(\omega t) + B_a \cos(\omega t) . l . v\right)$$

$$= B_a \cdot \omega \cdot l \cdot v . t \sin(\omega t) - B_a \cos(\omega t) . l . v$$

$$\boxed{e(t) = B_a \cdot l \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) MM' - B_a \cdot l \cdot v \cdot \cos(\omega t)}$$

autre méthode :

$$e(t) = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n}\, ds + \oint_C (\vec{v} \wedge \vec{B})\, d\vec{l}$$

$$= -\iint \frac{\partial}{\partial t}(B_a \cdot \cos \omega t)\vec{e_z} \cdot \vec{e_z}\, ds$$

$$+ \oint (v \cdot \vec{e_x} \wedge B_a \cdot \cos(\omega t) \cdot \vec{e_z})\, dy \cdot \vec{e_y}$$

$$= + B_a \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \cdot l \cdot MM' + (-v \cdot B_a \cdot \cos \omega t \cdot l)$$

$\vec{e_x} \wedge \vec{e_z} = -\vec{e_y}$

$$\boxed{e(t) = B_a \cdot l \cdot \omega \sin(\omega t) \cdot MM' - B_a \cdot l \cdot v \cdot \cos(\omega t)}$$

2) f.e.m avec $\vec{B_a} = B_a \cdot \vec{e_z}$

champ magnetique uniforme et permanent

$\hookrightarrow \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{0}$

$B_a = 1\,T$; $v_x = 1\,m/s$; $l = 0{,}1\,m$

$$e(t) = -\frac{d\phi}{dt} = -B_a \cdot l \cdot v$$

A.N $e = -1 \times 1 \times 0{,}1 = -0{,}1\,V$

3)